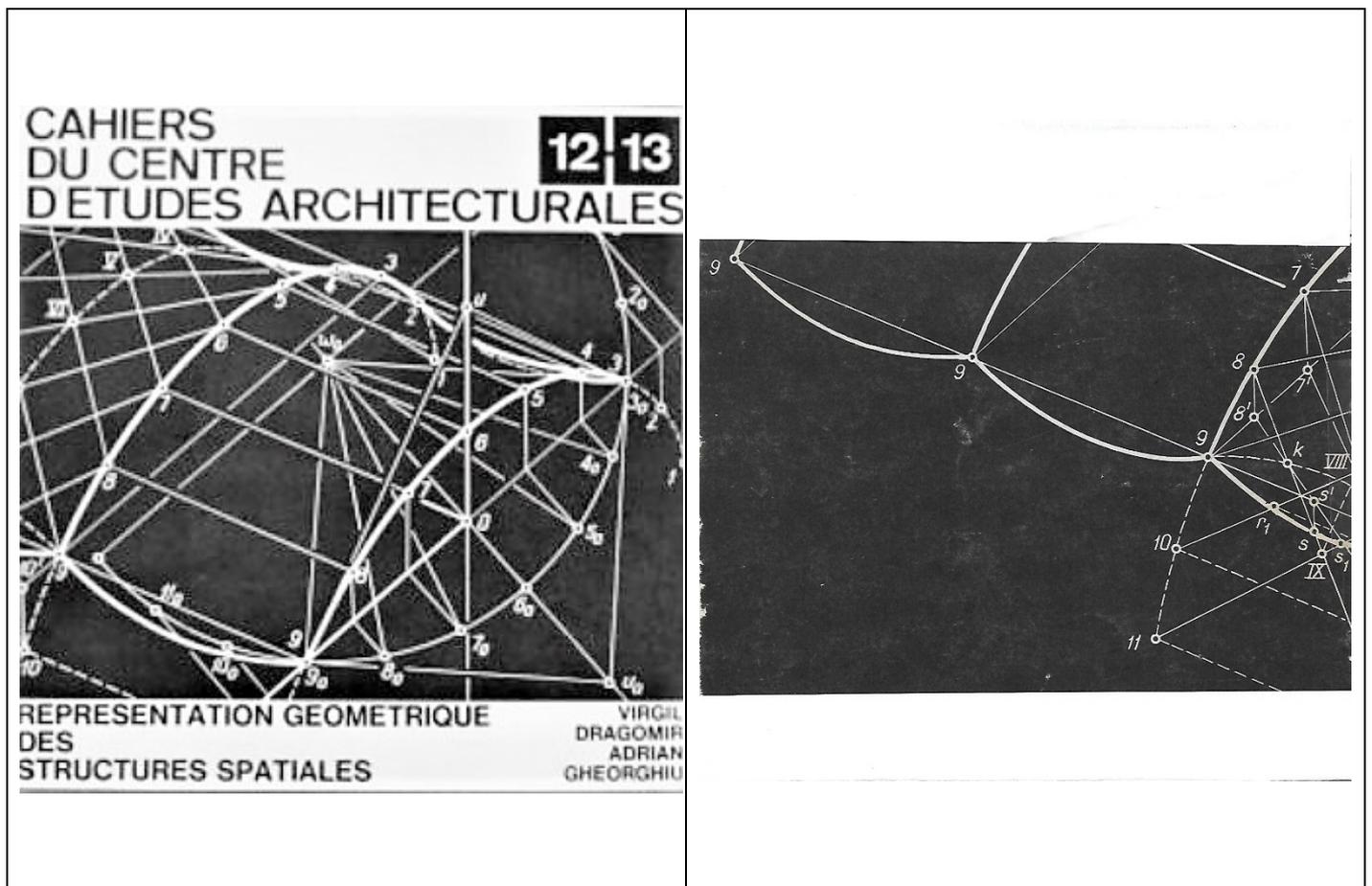


## Représentation géométrique des structures spatiales



<b>Nature</b>	Ouvrage papier
<b>Titre</b>	Représentation géométrique des structures spatiales / Cahier 12/13 du Centre d'Etudes Architecturales
<b>Auteurs</b>	Virgil Dragomir et Adrian Gheorghiu
<b>Date de publication</b>	1979
<b>Nombre de pages</b>	114
<b>Pays</b>	Fr
<b>Editeur</b>	Paul Mignot
<b>Lien internet</b>	<a href="https://www.citedelarchitecture.fr/">https://www.citedelarchitecture.fr/</a>
<b>Lieu de consultation ou mode d'accès</b>	Cité de l'Architecture et du Patrimoine 1, Place du Trocadéro et du 11 Novembre 75116 Paris

## Note argumentaire de la contribution

Dans cet ouvrage, dégagant la nécessité d'une synthèse entre structure, forme et image d'une structure spatiale, les auteurs ont voulu définir les principales formes utilisables par les architectes, ingénieurs et autres acteurs de l'art de construire en donnant des moyens de représentation simples, lisibles et rigoureux assurant une bonne vision de ces formes dans l'espace.

Une forme d'"intuition géométrique et constructive" est évoquée concernant les constructeurs, depuis les grands projets, - à l'adresse des architectes et ingénieurs-, jusqu'aux développeurs de microarchitectures et objets du design, leur donnant ainsi des clés de réalisation de véritables "esquisses dans l'espace", Il est à noter qu'une représentation aisée de ces "esquisses spatiales" est aujourd'hui à la disposition du grand public à travers un certain nombre de logiciels en open source sur le marché de l'informatique (tel Sketchup, ...) mais que le développement de cette "intuition" passe par une connaissance préalable doublée d'une expérience chantier sur le terrain.

En matière d'habitat participatif, objet du projet Cooper'actif, les acteurs évoquent presque toujours l'importance d'un bâti en se référant principalement à des m2. Ceci est symptomatique, les systèmes de représentations planes utilisées ayant le défaut d'effacer les relations spatiales.

Tout projet commence, ni par le calcul, ni par le dessin tracé "au cordeau", mais bien par la mise en jeu des relations entre le statique et le mouvement; et ce sont des "images spatiales" qui seront nécessaires à tout acteur, à fortiori co-créateur de son habitat, si l'on veut concrétiser ce jeu de relations pour aboutir peu à peu la conception générale du projet commun.

L'image spatiale complète de l'espace physique du projet devra être la résultante de toutes les perceptions humaines : visuelle, tactile, motrice, auditive. En rendant forme et couleur, lumière, ombre et profondeur, mouvement et même rythme et sentiment, le dessin est devenu peinture.

En tant que résultat dominant du sens de la vue, le dessin a été depuis toujours un des moyens couramment utilisés par les constructeurs pour réaliser et communiquer cette "image spatiale". Pour co construire il faut que les acteurs de l'habitat participatif parlent un même langage, et cet ouvrage introduit la nécessité d'une géométrie de l'espace accessible au plus grand nombre.

Une telle sensibilité aux formes géométriques sera donc essentielle de la part des aspirants à un habitat co-créé et à l'autoconstruction.

Et pour que, au-delà du plan, l'espace redevienne la matière première de ces « apprentis auto-constructeurs », ceux-ci se devront de sentir, penser, créer, s'exprimer non seulement dans l'espace géométrique, mais aussi dans cet espace matériel qui réunit le mouvement et le temps. Dans un second temps c'est en rendant les vraies normes et dimensions aux objets, qu'on utilisera pour les mesurer, outre la perception visuelle, les sens tactile et moteur de l'expérience du chantier. Le dessin devra devenir technique.

## Abécédaire

ARCHITECTES ET INGÉNIEURS - AUDITIVE - AXONOMETRIE – CALCUL - CLÉS DE RÉALISATION - CONIQUES -  
CONSTRUCTEURS - COULEUR -COURBURE - DESSIN PEINTURE - DESSIN TECHNIQUE – DIMENSIONS -  
ESPACE PHYSIQUE - EQUIPARTITION - ESQUISSES SPATIALES - FORMES GÉOMÉTRIQUES - GÉOMÉTRIE DE  
L'ESPACE - INTERSECTION - INTUITION GÉOMÉTRIQUE ET CONSTRUCTIVE - IMAGE SPATIALE - JEU DE  
RELATIONS - MATIÈRE PREMIÈRE - MICRO-ARCHITECTURES - MOTEUR - MOUVEMENT - MOYENS DE  
REPRÉSENTATION - NORMES – OBJETS – OUVRAGES - PARABOLOÏDES – PÉNÉTRATION DE VOLUMES -  
PERCEPTIONS HUMAINES - PLANAIRE - POLYEDRES - PROFONDEUR - RÉSEAU SPATIAL- RÉSILLE -  
STRUCTURE SPATIALE - STRUCTURE RETICULÉE - SURFACE REGLÉE - SURFACE PLISSÉE - SURFACE A  
FACETTES - SYNTHÈSE- SPHERE - SYMPTOMATIQUE - SYSTÈME DE REPRÉSENTATIONS – TACTILE - TEMPS -  
TRACÉ- VISION - VOÛTES

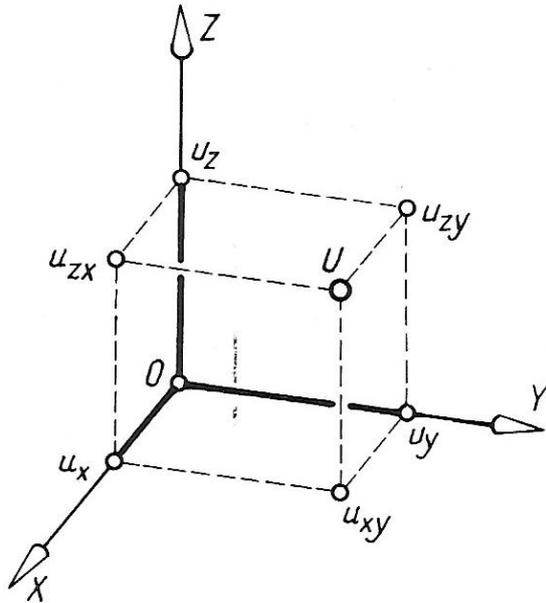
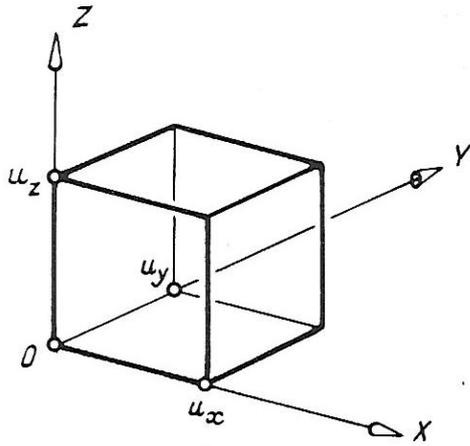
## TABLE DES MATIERES

<b>SOMMAIRE</b>	<b>6</b>
<b>I. INTRODUCTION</b>	
A. Tableaux de perspective parallèle	9
B. Axonométrie et géométrie descriptive	11
C. Avantages et possibilités de l'image en perspective parallèle	13
<b>II. DES SURFACES GEOMETRIQUES... AUX VOILES MINCES</b>	<b>15</b>
A. Définitions des surfaces :	16
1. de la manière géométrique	
2. de la manière analytique	
3. de la manière différentielle	
B. Classement des surfaces	17
<b>1. Surfaces à courbure totale nulle</b>	<b>19</b>
A. Définitions et propriétés	
B. Types de surfaces :	
a. Surfaces cylindriques	
b. Surfaces coniques	20
c. Pénétrations de surfaces cylindriques	21
d. Autres surfaces développables	23
<b>2. Surfaces à courbure totale constante</b>	<b>25</b>
A. Définition et types de surfaces	
B. La sphère. Propriétés et représentation	26
C. Voûtes sphériques	27
<b>3. Surfaces à courbure totale négative</b>	<b>29</b>
A. Définition et propriétés	
B. Surfaces réglées :	

## Extraits

<ul style="list-style-type: none"> <li>a. Propriétés 29</li> <li>b. Représentation 30</li> <li>c. Types de surfaces réglées particulières.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>6. Surfaces à courbure moyenne nulle</b> 66</li> <li>A. Définition et catégories</li> <li>B. Types de surfaces</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>C. L'Hyperboloïde réglé : 33               <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Définition</li> <li>b. Mode de représentation</li> <li>c. Propriétés géométriques 34</li> <li>d. L'hyperboloïde réglé de révolution 35</li> <li>e. L'hyperboloïde de révolution à facettes 37</li> <li>f. Combinaisons d'hyperboloïdes réglés</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>III. DES POLYEDRES... AUX STRUCTURES RETICULEES</b> 69</li> <li><b>1. Propriétés géométriques et représentation des polyèdres</b> 70               <ul style="list-style-type: none"> <li>A. Polyèdres réguliers</li> <li>B. Polyèdres semi-réguliers 73</li> <li>C. Equipartitions de l'espace 79</li> </ul> </li> <li><b>2. Les structures réticulées</b> 81               <ul style="list-style-type: none"> <li>A. Structures réticulées planaires                   <ul style="list-style-type: none"> <li>b. Réseau spatial planaire triangulaire 82</li> <li>c. Réseau spatial planaire hexagonal 83</li> </ul> </li> <li>B. Structures réticulées spatiales                   <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Résilles icosaédriques 84</li> <li>b. Résilles dodécaédriques 90</li> <li>c. Résilles A III 93</li> <li>d. Résilles A V 96</li> <li>e. Résilles A XIII 97</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>C. Coupoles à deux nappes 102</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>D. Le Paraboloïde Hyperbolique : 39               <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Définition</li> <li>b. Mode de représentation et propriétés géométriques :                   <ul style="list-style-type: none"> <li>1. Le PH comme surface réglée 40</li> <li>2. Le PH comme surface de translation 41</li> <li>3. L'identité entre les définitions... 41</li> <li>4. Tracé des génératrices 43</li> </ul> </li> <li>c. Sections planes dans le PH</li> <li>d. Intersections de PH : 45                   <ul style="list-style-type: none"> <li>1. comme surfaces de translation</li> <li>2. comme surfaces réglées</li> </ul> </li> <li>e. Surfaces de couverture : 48                   <ul style="list-style-type: none"> <li>1. Plan en triangle 51</li> <li>2. Plan en quadrilatère 51</li> <li>3. Plan polygonal régulier 54</li> </ul> </li> </ul> </li> <li>E. Le Cylindroïde 57</li> <li>F. Le Conoïde 59</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>3. Surfaces polyédriques</b> 105               <ul style="list-style-type: none"> <li>A. Surfaces plissées</li> <li>B. Surfaces à facettes 109</li> </ul> </li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>4. Surfaces à courbure totale positive</b> 63               <ul style="list-style-type: none"> <li>A. Définition et catégories</li> <li>B. Types de surfaces</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>IV. CONCLUSION</b> 111</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>5. Surfaces à courbure totale positive et négative</b> 64               <ul style="list-style-type: none"> <li>A. Définition et catégories</li> <li>B. Types de surfaces</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><b>BIBLIOGRAPHIE</b> 112</li> </ul>

## B. AXONOMETRIE ET GEOMETRIE DESCRIPTIVE



D'après la théorème de POHLKE :

- ◀ Trois segments  $O u_x$ ,  $O u_y$ ,  $O u_z$ , de la même origine  $O$ , les points  $O$ ,  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  n'étant pas situés sur la même droite, peuvent constituer une certaine projection oblique d'un système *orthogonal-unitaire* d'axes  $OXYZ$  de l'espace.

En ajoutant ainsi la possibilité de mesurer les longueurs d'après les directions des axes-image, le tableau de perspective parallèle par rapport à trois plans devient un tableau d'*axonométrie oblique*.

L'*axonométrie* peut se définir alors comme une méthode qui conduit à la perspective parallèle des objets de l'espace rapportés à un système *orthogonal-unitaire* d'axes et qui permet, en même temps, de résoudre sur ces images certains problèmes métriques, par des constructions géométriques effectuées directement sur le tableau, par rapport à la perspective parallèle qui correspond à ce système.

Puisqu'en *axonométrie oblique* on peut choisir, sur le tableau, tant les axes-image que les unités-image, il en résulte :

- ◀ En dessinant un cube, tenant compte uniquement du parallélisme des arêtes opposées le dessin obtenu détermine un tableau de perspective parallèle, et sur celui-là une certaine *axonométrie oblique*.

Par conséquent, quoique la représentation de l'espace sur des tableaux de perspective parallèle soit conventionnelle, le choix d'une image du cube — la plus suggestive possible et la plus convenable pour la vue — conduit aussi à un tableau d'*axonométrie oblique* dépourvu de déformations gênantes.

## 2. SURFACES A COURBURE TOTALE CONSTANTE

### A. DEFINITION ET TYPES DE SURFACES

- Les surfaces à courbure totale constante ont en tous leurs points

$$K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2} = \text{const.}$$

- Il existe deux types de surface à courbure totale constante, dénommées *sphériques* ou *pseudo-sphériques*, selon que cette courbure soit positive ( $LN - M^2 > 0$ ) ou négative ( $LN - M^2 < 0$ ).

- Une classe importante parmi les surfaces à courbure totale constante est celle des *surfaces de rotation* ( $L = M = 0$ ) pour lesquelles

$$K = \frac{LN}{EG} = \text{const.}$$

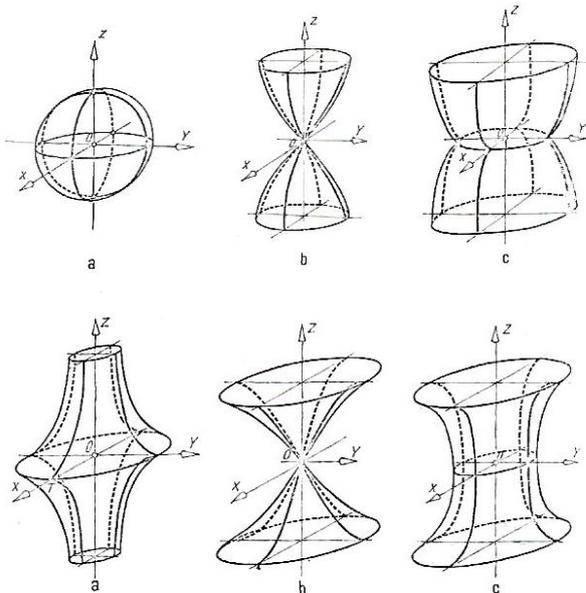
- Ces surfaces peuvent être aussi sphériques ( $LN > 0$ ) ou *pseudo-sphériques* ( $LN < 0$ ).

- En posant  $K = \frac{1}{a^2}$  (surfaces sphériques) on obtient :

- la *sphère* (S) de rayon a;
- les *surfaces sphériques* ayant la courbe méridienne

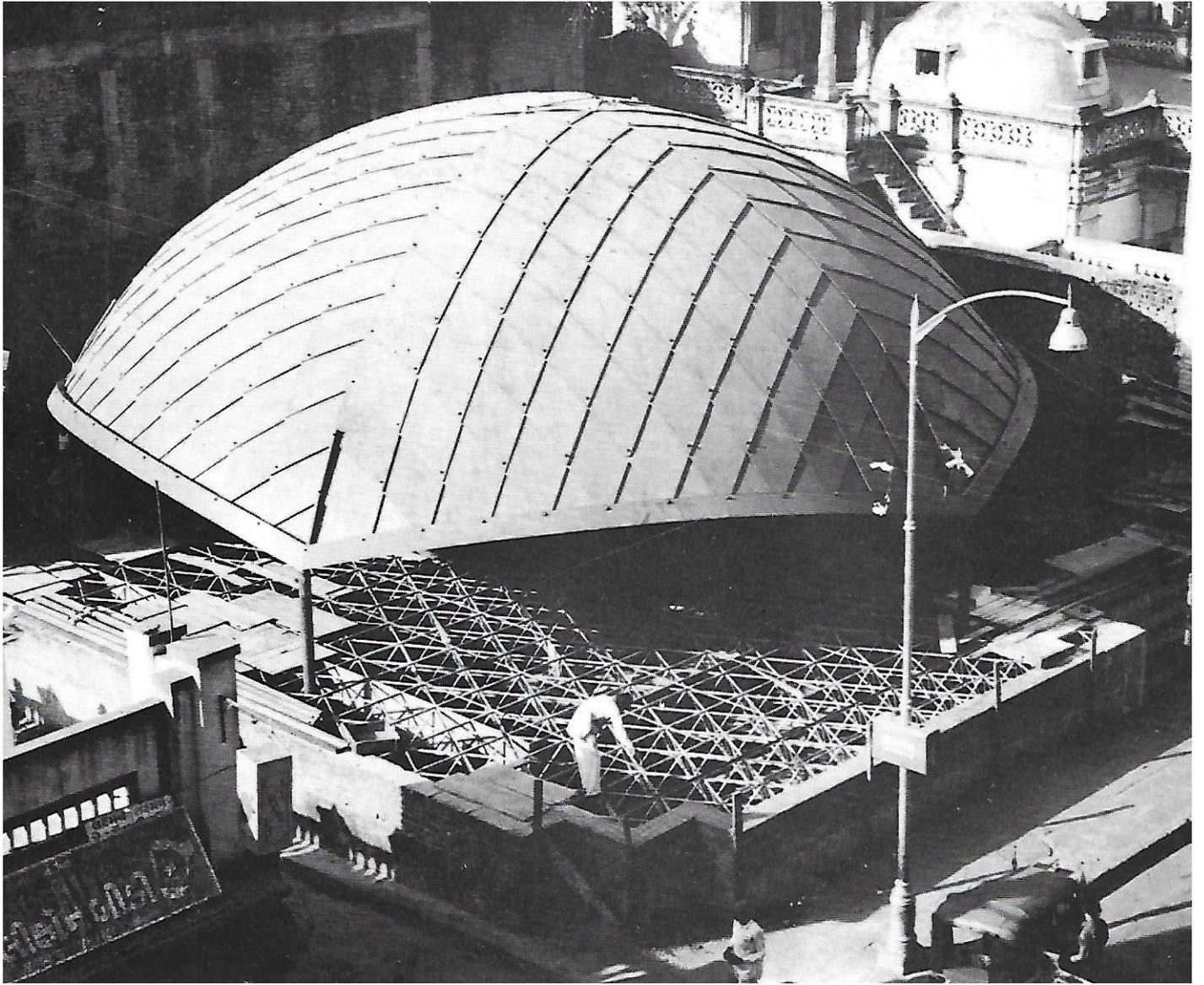
$$z = \pm \int \sqrt{\frac{a^2 - C + y^2}{C - y^2}} dy$$

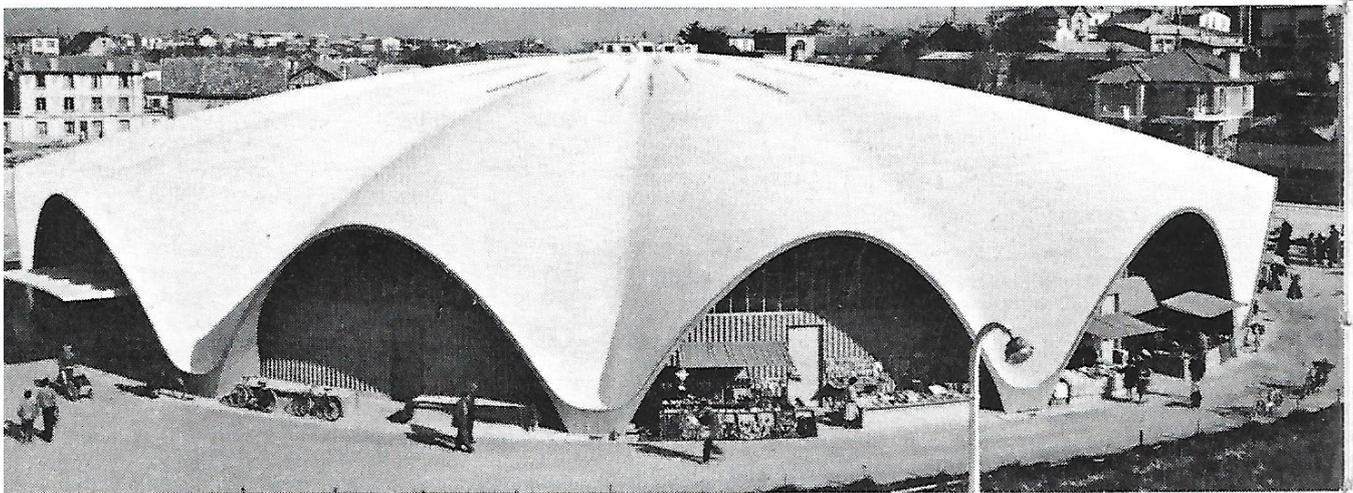
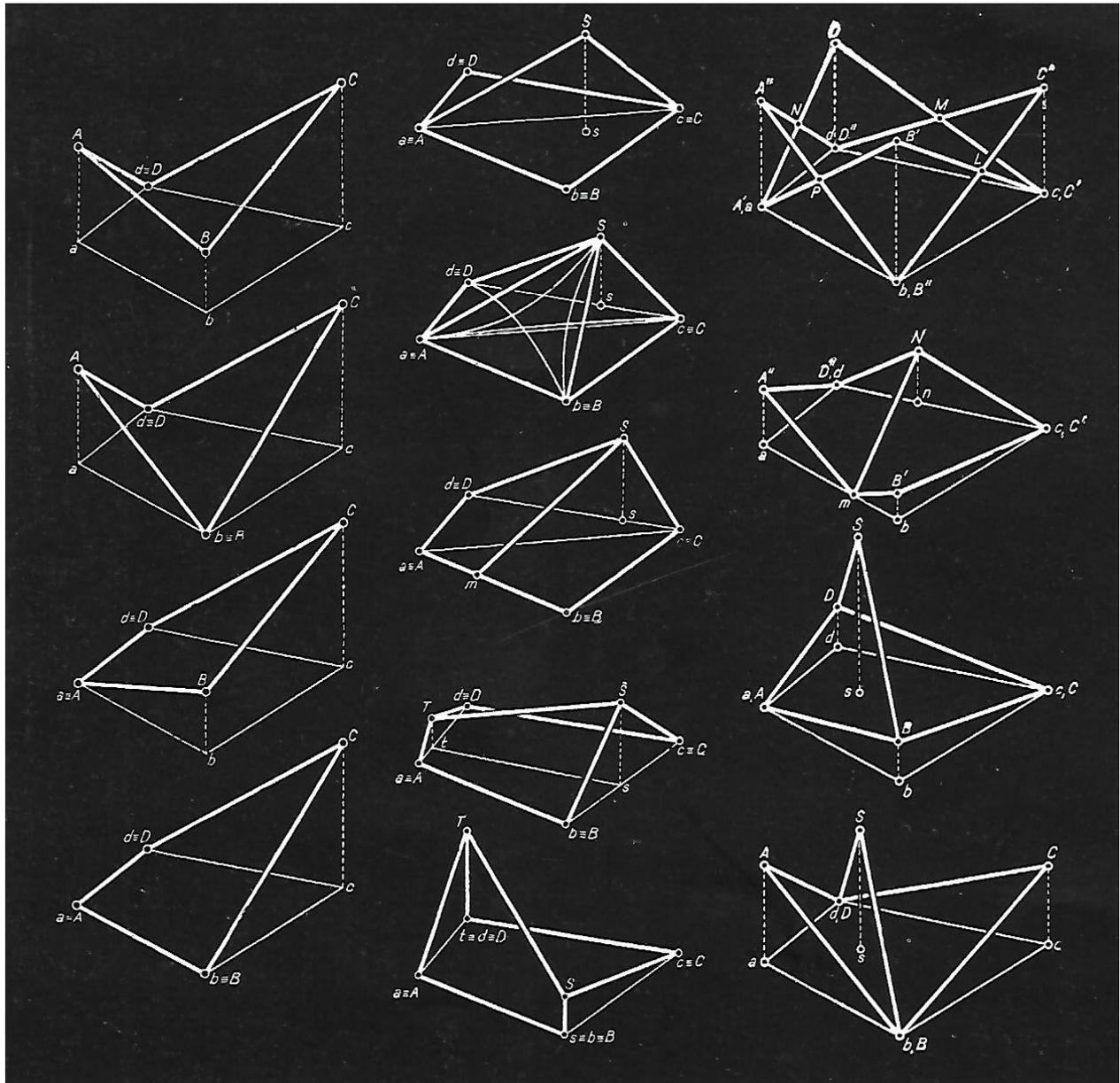
- ou C est une constante d'intégration. Ces surfaces sont de *type elliptique* si  $C < a^2$  ou de *type hyperbolique* si  $C > a^2$ .



- En posant  $K = -\frac{1}{a^2}$  (surfaces pseudo-sphériques) on obtient de même :

- la *pseudo-sphère* ayant comme courbe méridienne une tractrice, avec  $OT = a$ ;
- les surfaces pseudo-sphériques de *type elliptique*, si  $C < 0$ ;
- les surfaces pseudo-sphériques de *type hyperbolique*, si  $C > 0$ .





Marché couvert. Royan, 1958. R. Sarger ing. ; L. Simon & A. Morisseau arch

## 4. SURFACES A COURBURE TOTALE POSITIVE

### A. DEFINITION ET CATEGORIES

- Les surfaces à courbure totale positive ont  $LN - M^2 > 0$  donc tous les points elliptiques et les courbures principales de même sens.

- Parmi ces surfaces se trouvent aussi les quadriques non réglées : l'ellipsoïde, l'hyperboloïde à deux nappes et le parabolôïde elliptique. Etant de deuxième degré, ces surfaces sont aussi doublement mais imaginaiement réglées; les deux familles de génératrices imaginaiement conjuguées constituent en même temps les lignes asymptotiques.

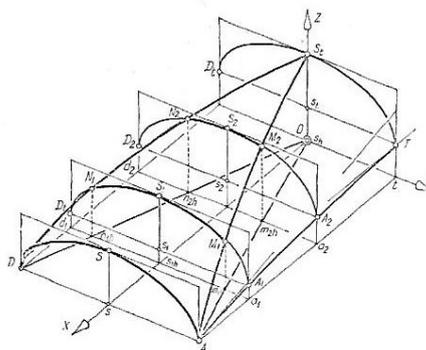
- Parmi les surfaces à courbure totale positive, il y a aussi quelques surfaces de translation et quelques surfaces générales de révolution, ou bien seulement des portions de ces surfaces.

### B. TYPES DE SURFACES

- On obtient une surface à courbure totale positive par translation, par exemple, d'une conique sur une autre conique, les deux coniques ayant les concavités dirigées dans le même sens.

Soit la demi-ellipse ASD qui se déplace avec A sur l'arc de cercle AT, les deux courbes étant situées dans des plans verticaux orthogonaux. On obtient la même surface, en prenant AT pour courbe génératrice et ASD pour directrice.

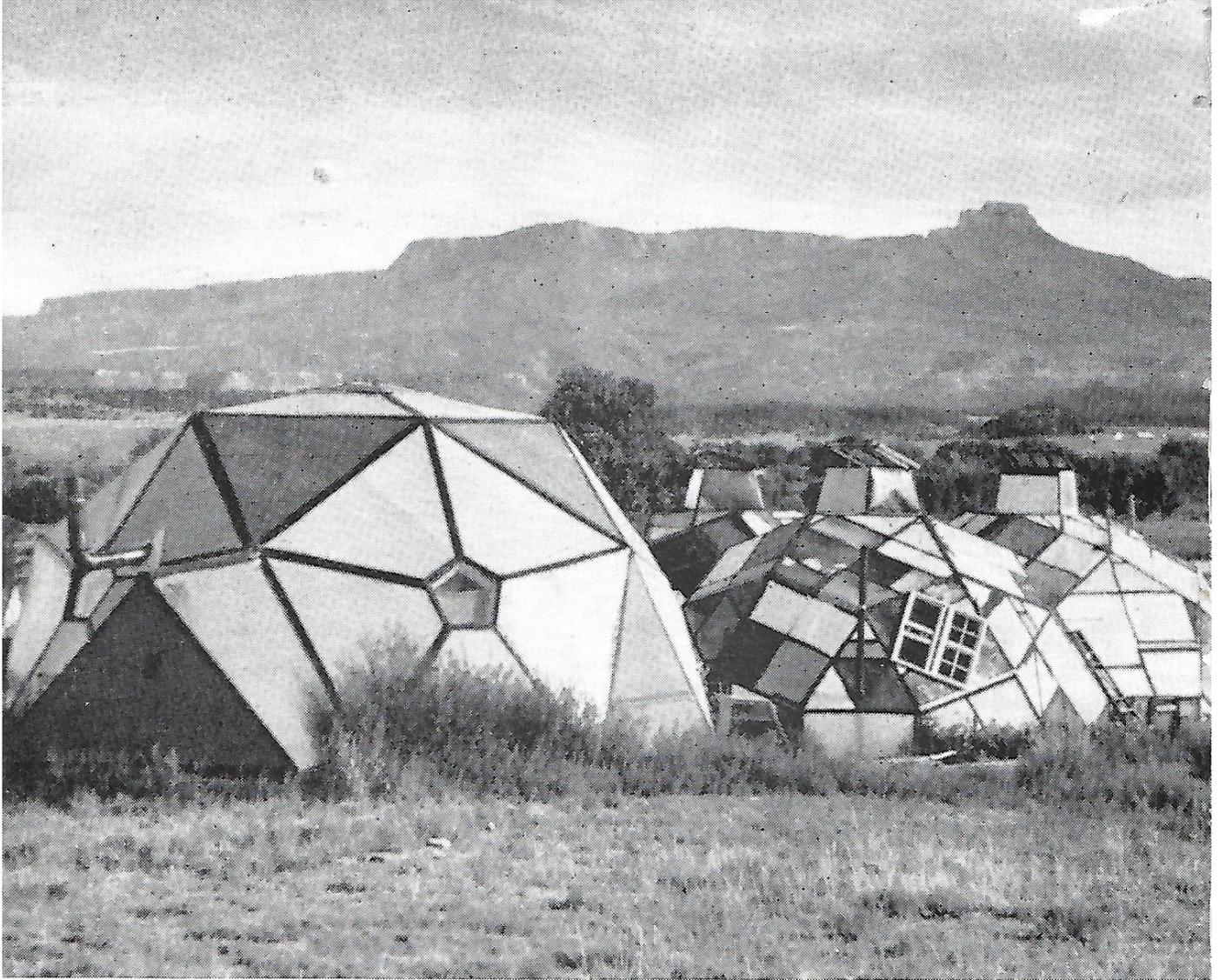
- Pour extraire un secteur sur plan en triangle (AOD) de cette surface de translation, on coupe la surface par les plans verticaux AOZ et BOZ. On construit les courbes de section  $AM_1M_2S_1$  et  $DN_1N_2S_1$ , qui limitent entre elles le secteur, avec l'aide de plusieurs positions  $A_1S_1D_1, A_2S_2D_2, \dots$  de la génératrice ASD.



En prenant l'angle

$$AOD = \frac{360^\circ}{n}$$

où  $n$  est nombre entier, on obtient en rassemblant  $n$  secteurs de la surface de translation du type  $AS_1D$  une calotte en ondes elliptiques verticales, séparées par des noues radiales peu profondes, qui disparaissent vers le sommet  $S_1$  de la calotte, en devenant tangentes au plan  $S_1 // XOY$  (exemple : Halles de Royan).



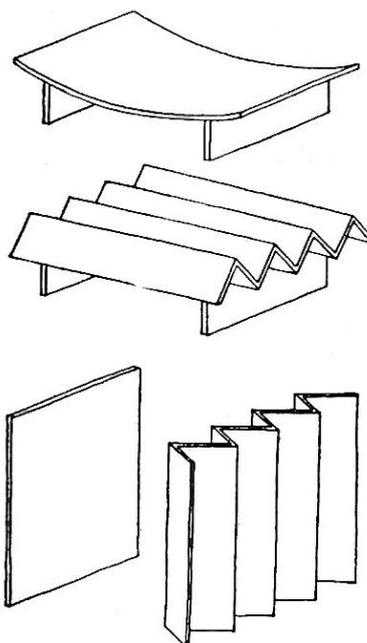
Coupoles géodésiques pour l'habitat hippie. Drop City. Trinidad. Colorado. U.S.A. 1968.

### 3. SURFACES POLYEDRIQUES

Les surfaces polyédriques peuvent être classées entre les voiles minces et les résilles. Elles sont obtenues soit en approchant la surface des voiles minces par des facettes polyédriques, soit en matérialisant les plans constitués par les arêtes de la résille.

#### A. SURFACES PLISSEES

- Le premier type de surface plissée à envisager est évidemment *le plancher ou le mur plissé*. Les plis du plancher rendent la plaque plus rigide sans devenir des poutres.



On peut distinguer deux types de surfaces polyédriques :

- *Les surfaces plissées*, qui ont des convexités et des concavités se répétant selon un certain rythme et qui sont comparables aux résilles en double nappe dont elles peuvent d'ailleurs en résulter par un facettagé exécuté entre les deux nappes.
- *Les surfaces à facettes*, convexes ou concaves, qui sont assimilables aux polyèdres générateurs des résilles dont elles résultent.

105



**"Coopér'actif - habiter ensemble, autrement demain"**  
**Projet Erasmus+ 2018-1-FR01-KA201-048236**

*"Ce projet a été financé avec le soutien de la Commission européenne.  
Cette publication (communication) n'engage que son auteur et la Commission n'est pas responsable  
de l'usage qui pourrait être fait des informations qui y sont contenues."*