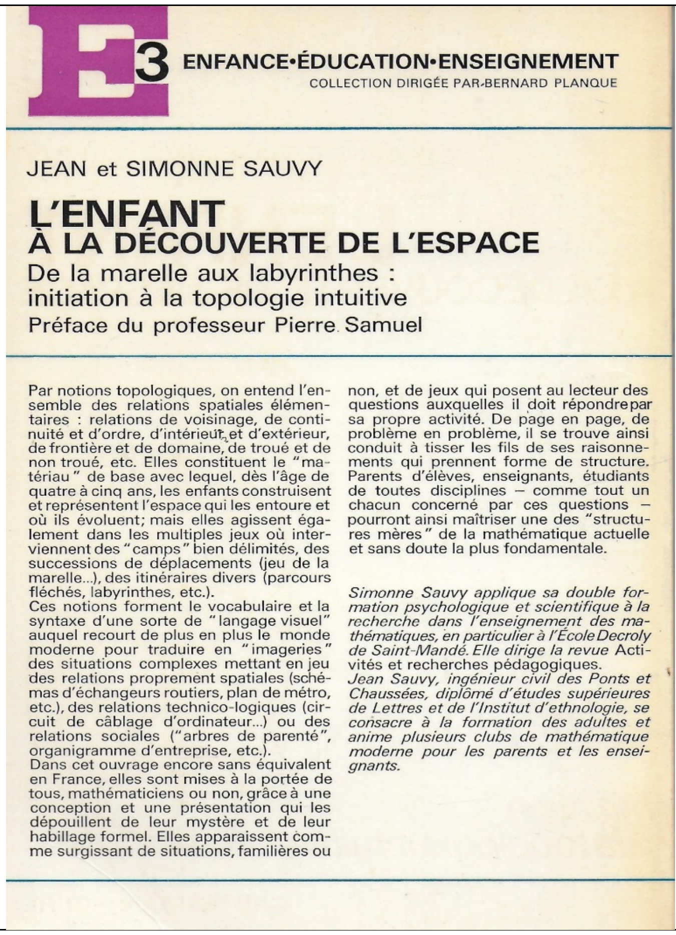
ECM-0181

L'enfant à la découverte de l'espace



E3 ENFANCE•ÉDUCATION•ENSEIGNEMENT

COLLECTION DIRIGÉE PAR BERNARD PLANQUE

JEAN et SIMONNE SAUVY

L'ENFANT À LA DÉCOUVERTE DE L'ESPACE

De la marelle aux labyrinthes : initiation à la topologie intuitive

Préface du professeur Pierre Samuel

Par notions topologiques, on entend l'ensemble des relations spatiales élémentaires : relations de voisinage, de continuité et d'ordre, d'intérieur et d'extérieur, de frontière et de domaine, de troué et de non troué, etc. Elles constituent le "matériau" de base avec lequel, dès l'âge de quatre à cinq ans, les enfants construisent et représentent l'espace qui les entoure et où ils évoluent; mais elles agissent également dans les multiples jeux où interviennent des "camps" bien délimités, des successions de déplacements (jeu de la marelle...), des itinéraires divers (parcours fléchés, labyrinthes, etc.).
Ces notions forment le vocabulaire et la syntaxe d'une sorte de "langage visuel" auquel recourt de plus en plus le monde moderne pour traduire en "imageries" des situations complexes mettant en jeu des relations proprement spatiales (schémas d'échangeurs routiers, plan de métro, etc.), des relations technico-logiques (circuit de câblage d'ordinateur...) ou des relations sociales ("arbres de parenté", organigramme d'entreprise, etc.).
Dans cet ouvrage encore sans équivalent en France, elles sont mises à la portée de tous, mathématiciens ou non, grâce à une conception et une présentation qui les dépouillent de leur mystère et de leur habillage formel. Elles apparaissent comme surgissant de situations, familières ou non, et de jeux qui posent au lecteur des questions auxquelles il doit répondre par sa propre activité. De page en page, de problème en problème, il se trouve ainsi conduit à tisser les fils de ses raisonnements qui prennent forme de structure. Parents d'élèves, enseignants, étudiants de toutes disciplines – comme tout un chacun concerné par ces questions – pourront ainsi maîtriser une des "structures mères" de la mathématique actuelle et sans doute la plus fondamentale.

Simonne Sauvy applique sa double formation psychologique et scientifique à la recherche dans l'enseignement des mathématiques, en particulier à l'École Decroly de Saint-Mandé. Elle dirige la revue Activités et recherches pédagogiques.
Jean Sauvy, ingénieur civil des Ponts et Chaussées, diplômé d'études supérieures de Lettres et de l'Institut d'ethnologie, se consacre à la formation des adultes et anime plusieurs clubs de mathématique moderne pour les parents et les enseignants.

Nature	Ouvrage édité
Titre	L'enfant à la découverte de l'espace De la marelle aux labyrinthes : initiation à la topologie intuitive
Auteurs	Jean Sauvy, Simonne Sauvy
Date de publication	1972
Nombre de pages	140
Pays	Fr
Editeur	Casterman
Lien internet	
Lieu de consultation ou mode d'accès	

Note argumentaire de la contribution

Par notions topologiques, on entend l'ensemble des relations spatiales élémentaires : relations de voisinage, de continuité et d'ordre, d'intérieur et d'extérieur, de frontière et de domaine, de troué et de non troué, etc. Elles constituent le "matériau" de base avec lequel, dès l'âge de quatre à cinq ans, les enfants construisent et représentent l'espace qui les entoure, et où ils évoluent ; mais elles agissent également dans les multiples jeux où interviennent des "camps" bien délimités, des successions de déplacements (jeu de la marelle...), des itinéraires divers (parcours fléchés, labyrinthes, etc.). Ces notions forment le vocabulaire et la syntaxe d'une sorte de "langage visuel", auquel recourt de plus en plus le monde moderne pour traduire en "imageries" des situations complexes mettant en jeu des relations proprement spatiales (schémas d'échangeurs routiers, plan de métro, etc.), des relations technico-logiques (circuit de câblage d'ordinateur...), ou des relations sociales ("arbres de parenté", organigramme d'entreprise, etc.). Dans cet ouvrage elles sont mises à la portée de tous, mathématiciens ou non, grâce à une conception et une présentation qui les dépouillent de leur mystère et de leur habillage formel. Elles apparaissent comme surgissant de situations, familières ou non, et de jeux, qui posent au lecteur des questions auxquelles il doit répondre par sa propre activité. De page en page, de problème en problème, il se trouve ainsi conduit à tisser les fils de ses raisonnements, qui prennent forme de structure. Parents d'élèves, enseignants, étudiants de toutes disciplines - comme tout un chacun concerné par ces questions - pourront ainsi maîtriser une des "structures mères" de la mathématique actuelle et, sans doute, la plus fondamentale.

Abécédaire

CIRCUIT - CONNEXITE - CONTINU/DISCONTINU - CUBE - DEPLACEMENTS - DOMAINE - ESPACE - ESPACE A TROIS DIMENSIONS - FACES - FIGURES - FORMULE D'EULER - FRONTIERE - GRAPHE PLANAIRE - HABILLAGE FORMEL - IMAGERIES - ITINERAIRES - JEU - JEU DE MARELLE - LABYRINTHES - LANGAGE VISUEL - LIGNES - MATERIAU - MATHEMATIQUE - NOTIONS - NOTION DE « TROU » - ORGANIGRAMME - ORDRE - INTERIEUR/ EXTERIEUR - PARCOURS - PARCOURS FLECHES - PAYS - PLANS - POINTS - REGIONS - RELATIONS SOCIALES - RELATIONS SPATIALES - REPRESENTATION CARTOGRAPHIQUE - SCHEMAS - STRUCTURE - STRUCTURE/MERE - SUCCESSIONS - SURFACES - SYNTAXE - TETRAEDRE - TISSER LES FILS - TOPOLOGIE - TROUE/NON TROUE - VOCABULAIRE - VOISINAGE - CONTINUITE - VOISINS – VOLUMES

Sommaire

TABLE DES MATIÈRES

129

CHAPITRE I

TOPOLOGIE ET DÉVELOPPEMENT DE L'INTELLIGENCE DE L'ENFANT

L'activité des humains se développe dans *l'espace* et dans le *temps*. Le jeune enfant s'intéresse très tôt à l'espace; dès le deuxième ou le troisième mois, le bébé coordonne vision et préhension et fait parcourir à ses membres comme à ses regards des portions d'espace.

Dès qu'il peut marcher l'enfant, par ses allées et venues, explore encore plus activement l'étendue qui l'entoure; il apprend à distinguer ce qui est près de ce qui est loin, etc. Il délimite par le toucher et par la vue le contour extérieur des objets. Il commence à distinguer ce qui est grand, ce qui est petit, ce qui est moyen.

En bref, au cours des deux premières années de son existence, l'enfant « construit » ce que Piaget appelle l'*espace sensori-moteur*, cette expression indiquant que l'espace en question n'est pas la représentation que les adultes se font de l'espace mais quelque chose lié aux *sens* du sujet (la perception) et à ses *activités motrices*.

C'est un espace vécu et pratique qui va servir de base à la constitution ultérieure de l'*espace représenté*. Celle-ci prendra de nombreuses années et ne s'achèvera qu'aux approches de l'adolescence, lorsque l'intelligence accédera au niveau hypothético-déductif.

Lorsqu'il a dépassé deux ans, l'enfant commence à élaborer une représentation de l'espace en transposant au niveau de la pensée ses activités spatiales vécues. Ces premières représentations ne sont que des ébauches « assujetties aux déformations engendrées par le caractère irréversible et statique de la pensée intuitive ou préopératoire »[1].

Ce caractère d'ébauche se manifeste, par exemple, à propos des formes, notamment de la forme des contours linéaires des objets auxquels l'enfant a affaire.

La forme d'un contour linéaire dépend de la manière dont les points successifs de ce contour se disposent les uns par rapport aux autres. Les exemples de dispositions fournis par le vécu de l'enfant sont très variés. Mais beaucoup se ressemblent et l'enfant ressent assez vite certaines de ces ressemblances. Il ressent notamment très tôt le fait que certains contours se ferment sur eux-mêmes alors que d'autres restent ouverts ou encore qu'il a affaire à une ligne régulière (portions de cercle ou d'ellipse) et non pas à une ligne accidentée (contour en étoile, contour en triangle, etc.) présentant des creux, des pointes, des dents... Vers cinq-six ans, il commence

---

1. M. LAURENDEAU et A. PINARD, *Les premières notions spatiales de l'enfant*, Delachaux et Niestlé, 1968, p. 14.

comme (F), deux points singuliers A′ et B′, ses extrémités, et il est facile de voir que A′ est la transformée de A tandis que B′ est la transformée de B.

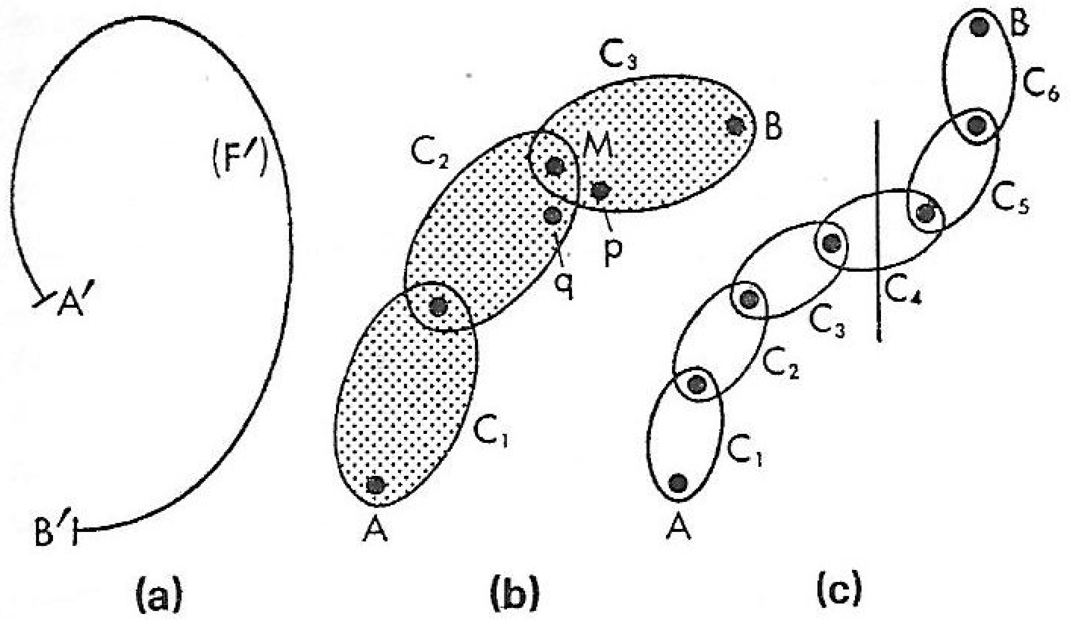


Figure 5

Essayons de préciser un peu cette notion de double voisinage dont nous avons parlé à propos des points M et N. Remplaçons pour cela notre fil (F) par une chaîne formée de chaînons pleins C_1, C_2, C_3 *(figure 5b)* réunis par des pivots.

Nous considérons comme voisins tous les points d'un même chaînon.

Le point M se trouve à la jonction des deux chaînons C_2 et C_3.

En tant que point de C_3 il a des voisins p, en tant que point de C_2 il a des voisins q.

Par contre, le point A se trouve dans une position

Le dernier exercice consiste à identifier parmi une série de graphes planaires topologiques (a), (b), (c), (d), (e) de la *figure 42* ceux qui sont équivalents (les sommets sont marqués par des lettres majuscules; un changement de direction ne constitue pas un sommet).

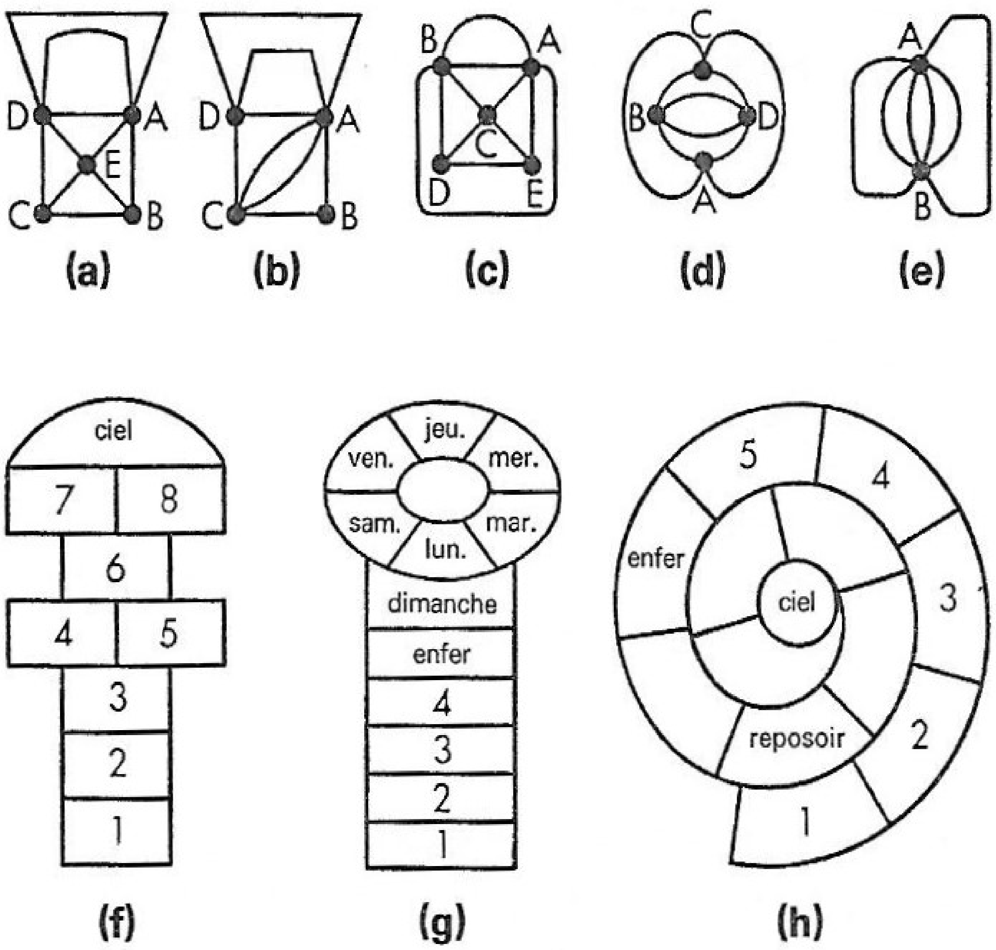


Figure 42

Le jeu de la marelle.

Nous indiquons pour mémoire le jeu de la marelle auquel les enfants jouent depuis des temps très

Considérons des graphes planaires topologiques de plus en plus compliqués. Nous désignons pour chacun d'eux par

$|S|$ le nombre de sommets S

$|A|$ le nombre d'arêtes A

$|F|$ le nombre de faces F

Partons du cas simple de deux sommets : $|S| = 2$ *(figure 43)*.

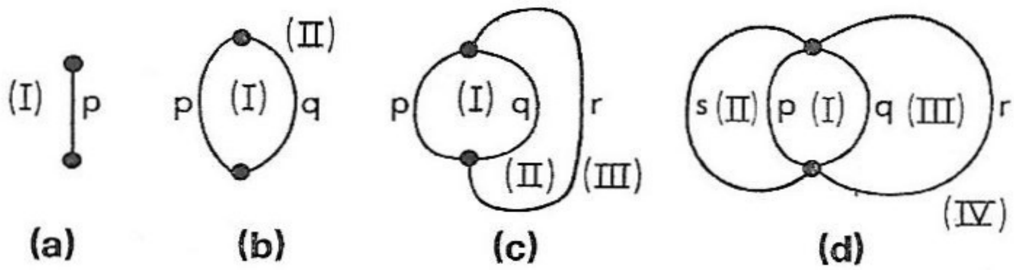


Figure 43

Nous faisons les constatations suivantes :

(a) $|A| = 1$ $|F| = 1$ (c) $|A| = 3$ $|F| = 3$

(b) $|A| = 2$ $|F| = 2$ (d) $|A| = 4$ $|F| = 4$

Chaque fois que nous créons une arête, nous créons par là même une région. Par conséquent, dans le cas où $|S| = 2$, nous avons toujours l'égalité $|A| = |F|$.

N'aurions-nous pas pu considérer un cas encore plus simple, celui où il y a un seul sommet et une ou plusieurs boucles? Examinons cette nouvelle situation ($|S| = 1$).

"Coopér'actif - habiter ensemble, autrement demain"
Projet Erasmus+ 2018-1-FR01-KA201-048236

"Ce projet a été financé avec le soutien de la Commission européenne. Cette publication (communication) n'engage que son auteur et la Commission n'est pas responsable de l'usage qui pourrait être fait des informations qui y sont contenues."